

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA KONRAD LORENZ
CENTROS DE INVESTIGACIONES**

**1. IDENTIFICACIÓN GENERAL DEL TRABAJO DE GRADO ASOCIADO A LA PRÁCTICA /
PRACTICA INVESTIGATIVA**

TITULO DEL TRABAJO	Generalidades, modelos y aplicaciones de los Rompecabezas Luminosos.
DIRECTOR TRABAJO DE GRADO/ SUPERVISOR PRACTICA INVESTIGATIVA	M.Sc. Rafael Melo Jiménez
AUTOR (ES)	Palacios Vargas, Esperanza Margarita
PALABRAS CLAVE	Álgebra lineal, aplicaciones computacionales, ecuaciones matriciales, nulidad de una matriz, matriz escalonada reducida por filas.
AÑO / PERIODO	2020-I
MODALIDAD	Trabajo de Grado (Pregrado)

1. DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO (RESUMEN O ABSTRACT)

Este trabajo de grado estudiará un tipo de rompecabezas a los que nos referiremos como Rompecabezas Luminosos. De forma general, estos rompecabezas consisten en colecciones de botones con luz. Cuando los botones son presionados, los estados de las luces alternan según reglas definidas para cada rompecabezas en particular.

Se dará fundamento teórico a los rompecabezas luminosos y, para hacerlo, se usará uno de sus subconjuntos como apoyo. Este subconjunto generaliza el Lights Out de Tiger Electronics, por lo que a sus miembros los llamaremos los Lights Out. Así, se describirá la definición del juego, se introducirán sus conceptos propios y se enunciarán los conceptos necesarios para representar matemáticamente a los Lights Out. Posteriormente, se construirá un modelo que los represente mediante ecuaciones matriciales modulares, y se discutirá en qué condiciones pueden ser resueltos.

Se introducirán tres aplicaciones del modelo construido: dos reproducciones de resultados computacionales conocidos acerca de un componente del modelo que llamaremos matriz de adyacencia, una introducción de cómo se modifica el modelo en contextos específicos que restringen la mecánica de juego, y la descripción de un algoritmo llamado caza de luces que permite la resolución de los Lights Out sin usar el modelo algebraico.

2. INTRODUCCIÓN (JUSTIFICACIÓN Y ENMARCAMIENTO CONCEPTUAL Y TEÓRICO DEL PROBLEMA SU EXTENSIÓN DEBE ESTAR ENTRE 1 Y 2 PAGINAS)

En la década de los 90s se popularizó un tipo de rompecabezas electrónicos de botones con luz. El éxito de estos juegos influyó a la comunidad matemática para investigarlos. Lastimosamente, esa investigación presentaba un corpus de terminología inconsistente que no permitía una comunicación fácil de los resultados obtenidos entre autores. La causa de esto es que los investigadores investigaban el tema desde ramas distintas de las matemáticas y se enfocaban en rompecabezas distintos.

Lo primero que se buscó en este trabajo es unificar esa terminología, o al menos hacer puentes entre las distintas que habían de forma que un lector de este proyecto de grado pudiese después saltar de una referencia a otra sin mayor curva de aprendizaje. No obstante, el objetivo real del proyecto era mostrar los Rompecabezas Luminosos como aplicaciones del álgebra lineal. Para este fin se realizó su

modelamiento en términos de ecuaciones lineales modulares, se realizaron dos aplicaciones computacionales que involucraban la nulidad de sus matrices de adyacencia y, a modo de contexto, se introdujeron varios de sus conceptos más importantes: las variantes, los problemas de restricción y el método de solución de caza de luces.

3. METODOLOGÍA

Este proyecto, estar enmarcado estrictamente en las matemáticas, sigue el método de investigación que esta ciencia usa: el método axiomático. De esta forma, se introducen definiciones (las primeras siempre motivadas por la intuición del lector) y progresivamente se progresa en lemas, teoremas y otros resultados hasta generar un edificio conceptual.

Por otra parte, las aplicaciones computacionales siguieron un esquema de buenas prácticas de programación, código limpio y documentación apropiada, siempre buscando que los conceptos matemáticos se vieran claramente en el código.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

SE DEBERÁ MOSTRAR, EN FORMA ORGANIZADA Y PRECISA LOS RESULTADOS DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN, Y PRESENTAR LAS CONCLUSIONES SOBRE LOS MISMOS. SU EXTENSIÓN DEBE ESTAR ENTRE 2 Y 4 PÁGINAS.

De los resultados obtenidos, el más importante fue una reproducción de los resultados obtenidos por un artículo de investigación que se tomó como base para este proyecto, la Ref. [11]. Aún así, este no fue el único resultado. También se logró hallar la nulidad de las matrices de adyacencia para todos los Lights Out y sus variantes toroidales más pequeños que uno de tamaño 60×60 . Este resultado es especialmente importante dado que, si no hay una referencia con un progreso superior a las consultadas, significa que todas aquellas nulidades por encima del orden 30 son investigación original.

5. REFERENTES TEÓRICOS Y EMPÍRICOS CONSULTADOS. TODAS REFERENCIAS CONSULTADAS EN LA REVISIÓN SISTEMÁTICA (AUNQUE NO APAREZCAN EN EL ARTÍCULO)

[1]. Kolman, B., 1977: Elementary Linear Algebra. Macmillan Publishing Co. Inc.

[2]. Lovasz L., 1979: Combinatorial Problems and Exercises, North-Holland Publishing.

<https://doi.org/10.1002/zamm.19800600413>

- [3] Pelletier, D., 1987: Merlin's Magic Square. *The American Mathematical Monthly*, **94 Issue 2**, 143-150, <https://doi.org/10.1080/00029890.1987.12000606>
- [4] Sutner, K., 1989: Linear cellular automata and the garden-of-eden. *The Mathematical Intelligencer*, **11**, 49–53, <https://doi.org/10.1007/BF03023823>.
- [5] Sutner, K., 1990: The σ -Game and Cellular Automata, *The American Mathematical Monthly*, **97 Issue 1**, 24-34, <https://doi.org/10.1080/00029890.1990.11995540>.
- [6] Dummit, D., Foote, R.: 1991. Abstract algebra. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- [7] Goldwasser, J., Klostermeyer, W., Trapp, G., Zhang, C., 1995: Setting Switches on a Grid, Technical Report TR-95-20, Dept. of Statistics and Computer Science, West Virginia University. https://www.researchgate.net/publication/2384576_Setting_Switches_in_a_Grid
- [8] Barua, R., Ramakrishnan, S., 1996: σ -game, σ_+ -game, and two-dimensional cellular automata, *Theoret. Comput. Sci.*, **154 no. 2**, 349–366, <https://core.ac.uk/reader/81979062>.
- [9] Goldwasser, J., Klostermeyer, W., 1997: Maximization versions of "Lights Out" games in grids and graphs, *Congr. Numer.*, **126**, 99–111, <https://www.unf.edu/~wkloster/fibonacci/congnum.pdf>.
- [10] Goldwasser, J., Klostermeyer, W., Trapp, G., 1997: Characterizing switch-setting problems, *Linear and Multilinear Algebra*, **43 Issue 1-3**, 121-135, <https://doi.org/10.1080/03081089708818520>
- [11] Anderson, M., Feil, T., 1998: Turning Lights Out with Linear Algebra, *Mathematics Magazine*, **71 Issue 4**, 300-303. <https://doi.org/10.1080/0025570X.1998.11996658>.
- [12] Chapra, S., Canale, R., 2006: Numerical methods for engineers. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- [13] Hogben, L., 2006: Handbook of Linear Algebra (Discrete Mathematics and Its Applications), Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- [14] Zalamea, F.: 2007, Fundamentos de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia.
- [15] Joyner, D., 2008: Adventures in Group Theory: Rubik's Cube, Merlin's Machine, and Other Mathematical Toys. The Johns Hopkins University Press.
- [16] Edwards, S. et al., 2010: Lights Out on finite graphs, *Involve*, **3 No. 1**, 17-32. <https://doi.org/10.2140/involve.2010.3.17>
- [17] Khoury, J., 2010: Blog sobre aplicaciones del álgebra lineal, recuperado el 8 de enero del 2020. <http://aix1.uottawa.ca/~jkhoury/gamesolution.htm>.
- [18] Torrence, B., 2011: The Easiest Lights Out Games, *The College Mathematics Journal*, **42 Issue 5**, 361-372,

<https://doi.org/10.4169/college.math.j.42.5.361>

[19] Meyer, R., 2013: The game of Lights out. EWU Master's Thesis Collection. 167. <https://dc.ewu.edu/theses/167>

[20] Fleischer R., Yu J., 2013: A Survey of the Game "Lights Out!". In: Brodnik A., LópezOrtiz A., Raman V., Viola A. (eds) Space-Efficient Data Structures, Streams, and Algorithms. Lecture Notes in Computer Science, vol 8066. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-40273-9_13

[21] Scherphuis, J., 2014: Blog sobre teoría de rompecabezas, recuperado el 5 de enero del 2020.

<https://www.jaapsch.net/puzzles/index.htm>

[22] Kreh, M., 2017: "Lights Out" and Variants, *The American Mathematical Monthly*, **124 Issue 10**, 937-950.

<https://doi.org/10.4169/amer.math.monthly.124.10.937>

[23] Leach, C., 2017: Chasing the Lights in Lights Out, *Mathematics Magazine*, **90 Issue 2**, 126-133.

<https://doi.org/10.4169/math.mag.90.2.126>

[24] Salamanca, I., 2017: Lights Out. Proyecto Fin de Carrera / Trabajo Fin de Grado, E.T.S. de Ingenieros Informáticos (UPM), Madrid, España. <http://oa.upm.es/47118/>

[25] Barile, M.: Lights Out Puzzle. From MathWorld—A Wolfram Web Resource, created by Eric W. Weisstein.

<https://mathworld.wolfram.com/LightsOutPuzzle.html>

[26] Losada, R.: Cuaderno Geogebra que redirige a las publicaciones del autor, recuperado el 6 de enero del 2020.

<https://www.geogebra.org/m/jexnDjpt>

[27] Entrada de la enciclopedia OEIS sobre la nulidad de C_n , recuperada el 15 de junio del 2020. <https://oeis.org/A159257>

[28] Entrada de la enciclopedia OEIS sobre la nulidad de T_n , recuperada el 15 de junio del 2020. <http://oeis.org/A165738>

[29] Brower, A.: Página web asociada a la de la OEIS con los resultados más extensos sobre el problema del triángulo, recuperada el 17 de junio del 2020. <https://www.win.tue.nl/~aeb/ca/madness/madrect.html>

[30] Li, P.: Diapositiva con información de las variantes de Lights Out, recuperada el 20 de junio del 2020.

<https://www.slideshare.net/PengfeiLi1/lop-38272545>

6. APENDICES

SE DEBE ANEXAR EL ARTÍCULO Y LOS DEMÁS ANEXOS QUE SE CONSIDEREN PERTINENTES

--