

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA KONRAD LORENZ
CENTROS DE INVESTIGACIONES**

A continuación, encontrarán los criterios para la presentación de Trabajos de Grado o Trabajos Práctica Investigativa (TPI). El estilo de presentación debe cumplir con los lineamientos de las normas más recientes de IEEE para Ingenierías o AMS para Matemáticas.

1. IDENTIFICACIÓN GENERAL DEL TRABAJO DE GRADO ASOCIADO A LA PRÁCTICA / PRACTICA INVESTIGATIVA	
TITULO DEL TRABAJO	MODELO PARA EL CÁLCULO DE SOPORTES Y RESISTENCIAS DE ACTIVOS DE RENTA VARIABLE DE ALTA CAPITALIZACIÓN BURSÁTIL EN EL MERCADO DE LA BVC.
DIRECTOR TRABAJO DE GRADO/ SUPERVISOR PRACTICA INVESTIGATIVA	PhD JOHN ALEXANDER ARREDONDO
AUTOR (ES)	DAYRON FABIÁN ACHURY CALDERÓN
PALABRAS CLAVE	Acciones, Soportes, Resistencias, Filtración, ARIMA.
AÑO / PERIODO	2020-II
MODALIDAD	Trabajo de Grado (Pregrado)

1. DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO (RESUMEN O ABSTRACT)

El principio de efectividad de una transacción financiera en cualquier mercado es simple: «comprar barato y vender caro». En la práctica, establecer a priori cuándo el precio de una acción puede ser denominado «caro» o «barato» es aún una pregunta abierta que puede ser abordada desde enfoques cualitativos, como es el caso del análisis fundamental, o cuantitativos, los que incluyen la inferencia de comportamientos a partir de la lectura de cartas y medidas de tendencia, o más formalmente, el estudio de los activos financieros bajo el enfoque de las finanzas cuantitativas.

El impacto que puede causar el estudio de una acción, o en general, el de activo financiero, no depende únicamente de las conclusiones que sobre él se obtengan, sino también de la relevancia del activo en el mercado en que opera, por lo que resulta también de interés establecer cuáles serán los activos financieros susceptibles del estudio y de esta forma proyectar sus conclusiones para un público más amplio.

En el trabajo presentado se estableció un modelo basado en series de tiempo y elementos de la teoría de probabilidades, para el cálculo de los soportes y las resistencias de los precios de las acciones más relevantes en el mercado de la Bolsa de Valores de Colombia, con datos del segundo semestre de 2020. Se propone, a partir de una función de probabilidad obtenida de los estadígrafos generados por el modelo ARIMA y de una función de probabilidad desarrollada por el autor y basada en una caminata aleatoria parametrizada, definir un espacio de probabilidad filtrado que permita el cálculo de soportes y resistencias para las acciones, así como un pronóstico de la tendencia de su precio.

2. INTRODUCCIÓN (JUSTIFICACIÓN Y ENMARCAMIENTO CONCEPTUAL Y TEÓRICO DEL PROBLEMA SU EXTENSIÓN DEBE ESTAR ENTRE 1 Y 2 PAGINAS)

Para inicios del siglo XX uno de los más importantes problemas científicos consistía en la comprensión del movimiento browniano (Blanco, 2004). El primer registro del estudio de este fenómeno data de 1828, cuando el botánico Robert Brown reportó en una revista científica que mientras examinaba la forma de las partículas de polen sumergidas en el agua, observó en muchas de ellas un muy evidente movimiento rápido y oscilatorio, y que tales movimientos no provenían ni de las corrientes en el fluido, ni de la evaporación gradual, sino que pertenecían a la partícula misma (Brown, 1828, p. 467).

Louis Bachelier en su tesis doctoral de 1900 “Theorie de la Spéculation” (Teoría de la Especulación) realizó el primer estudio matemático del movimiento browniano y lo asoció con otro fenómeno, el comportamiento de los precios especulativos, sin embargo, el modelo de Bachelier asignaba en determinados casos valores negativos a los precios, por lo que su conjetura fue en principio olvidada (Blanco, 2004).

En la actualidad el movimiento browniano se explica como el resultado de las sistemáticas colisiones que aleatoriamente se producen entre los granos de polen y las moléculas del fluido; aunque parezca una deducción simple, esta se produjo luego de diferentes esfuerzos por entender el fenómeno y hasta que se aceptó el seminal trabajo de Albert Einstein de 1905 en lo concerniente a la teoría cinético-molecular de la materia (Rincón 2012).

Empleando la hipótesis de Louis Bachelier y los resultados de Albert Einstein antes expuestos, Norbert Wiener modeló matemáticamente el movimiento browniano y en general, diferentes procesos de difusión para partículas distribuidas en el espacio y sometidas al efecto de fuerzas aleatorias. El proceso de Wiener desde su enunciación en el último tercio del siglo XX ha servido en la rama de la economía matemática para el modelamiento de los precios de activos de renta fija y de las tasas de activos de renta variable (Gardiner, 2004).

La teoría de Wiener se encuentra enmarcada en una definición más general denominada *caminata aleatoria*, un objeto matemático que formaliza la trayectoria resultante de diferentes pasos sucesivos aleatorios; cuando la trayectoria tiene tamaños de paso *pequeños* y se desarrolla en dos dimensiones se obtiene el caso particular del proceso de Wiener. De manera más general, un proceso aleatorio en el que la posición de una partícula en determinado momento depende de su posición en algún momento previo, de alguna variable aleatoria que determina su subsecuente dirección y en donde la longitud de paso varía también con respecto al tiempo, se denomina caminata aleatoria (Goel, 1974).

La teoría de Wiener no hubiera sido posible sin el desarrollo formal de la teoría de la probabilidad, que puede definirse como la rama de las matemáticas dedicada al estudio de los experimentos aleatorios. Un experimento aleatorio es todo aquel que, al repetirse bajo las mismas condiciones iniciales, produce resultados que no siempre son iguales (Rincón, 2007). Un hito importante en el establecimiento riguroso de la teoría de la probabilidad estuvo marcado por el famoso Segundo Congreso Internacional de Matemáticas del año 1900, en él, David Hilbert postuló como sexto problema la axiomatización del cálculo de probabilidades. Luego de diferentes aportes de Bolhmann, Broggi, Wiman, Borel, Fréchet y Caratheodory, para el año 1933 con la publicación de su libro “Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung” (fundamentos de la teoría de la probabilidad) el matemático soviético Andrei Nicolaevich Kolmogorov logró este propósito (Blanco, 2004).

El estudio formal de los experimentos aleatorios fue posible gracias al modelo desarrollado durante el primer tercio del siglo XX, es el denominado espacio de probabilidad, (Rincón, 2007). De manera más formal se denomina proceso estocástico a la colección de variables aleatorias $X_t : t \in T$ parametrizada por un conjunto T , llamado *espacio parametral*, en donde las variables toman valores en un conjunto $S \in \mathcal{F}$ llamado *espacio de estados*. Si el espacio parametral $T \in \mathbb{N}$ el proceso estocástico $X_n : n = 0, 1, \dots, n$ es a tiempo discreto, si $T = [0, \infty)$ el proceso estocástico $X_t : t \geq 0$ es a tiempo continuo. (IBID). Un proceso estocástico también puede representarse con una función de dos variables: $X: T \times \Omega \mapsto \mathbb{R}$, en la que $\forall t \in T$, la función $\omega \mapsto X_t(\omega)$ es una variable aleatoria, y $\forall \omega \in \Omega$, la función $t \mapsto X_t(\omega)$ es una trayectoria del proceso. Con este modelo es posible esquematizar la evolución de un sistema aleatorio en el tiempo (Rincón, 2013).

Habiendo definido previamente los conceptos básicos de los espacios de probabilidad podemos definir de manera más formal el movimiento browniano (Shreve, 2004): Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad, dado $t \geq 0$, se asume que para cada $\omega \in \Omega$ existe una trayectoria que es una función continua $W(t)$ que depende de ω con valor inicial $W(0) = 0$. Entonces $W(t)$ con $t \geq 0$ es un movimiento browniano, si para todas las particiones del tiempo: $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m$ se satisface para todos los incrementos:

$$W(t_{i+1}) - W(t_i) \sim N(0, t_{i+1} - t_i), \quad \forall i = 0, 1, \dots, m-1$$

Y cada incremento es independiente y se encuentran normalmente distribuidos.

La definición de un proceso estocástico del tipo martingala tiene su origen en el juego ya que describe uno de azar justo y más generalmente se refiere a todo proceso estocástico caracterizado por no tener deriva. Algunos aspectos de los procesos martingala son inherentes a las matemáticas de las finanzas, en particular, a la teoría de los derivados financieros como las opciones. El modelado de procesos tipo martingala trasciende la teoría del juego y aparece en varias áreas del análisis moderno de probabilidad, el cálculo estocástico y en la teoría de la difusión (Brzézniak, 2000). Para una definición más rigurosa deben enunciarse previamente otros objetos matemáticos:

La familia $\{\mathcal{F}_t : t \geq 0\}$ de σ -álgebras sobre Ω se denomina filtración si: $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t, \forall 0 \leq s \leq t$, por lo tanto, una filtración es una corriente creciente de información generada por todos los datos observados hasta determinado momento (Martínez, 2003).

Si $\{\mathcal{F}_n : n = 0, 1, \dots\}$ es una sucesión de σ -álgebras sobre Ω y $\mathcal{F}_n \subset \mathcal{F}_{n+1} \forall n$, llamamos también a $\{\mathcal{F}_n\}$ una filtración (Bichteler, 2002).

Se dice que un proceso estocástico $\{X_n : n \geq 1\}$ es adaptado a una filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \geq 1}$ si la variable X_n es \mathcal{F}_n -medible, para cada $n \geq 1$ (Bichteler, 2002).

Se dice que un proceso a tiempo discreto $\{X_n : n \geq 1\}$ es una martingala respecto de una filtración $\{\mathcal{F}_n\}_{n \geq 1}$ si cumple las siguientes tres condiciones (IBID):

a) Es integrable. b) Es adaptado a la filtración. c) Para cualesquiera $n \leq m$,

$$E(X_{n+1} | \mathcal{F}_n) = X_n, c. s.$$

Para el caso discreto:

$$E(X_m | \mathcal{F}_n) = X_n, c. s.$$

En el contexto colombiano existen trabajos teóricos en los que sobresalen autores como Liliana Blanco y Nikita Ratanov (entre otros), sin embargo, las aplicaciones prácticas de los procesos de Wiener y/o del cálculo estocástico son escasas en la bibliografía disponible.

Sobresale la evaluación de opciones en la administración de portafolios presentada por Herrera y Cárdenas (2013), en este documento se hace una aplicación de la teoría de valoración de portafolios basada en el modelo de Vasicek. Se emplean datos reales del mercado colombiano y se concluye que “el desempeño no fue tan efectivo con el cálculo de los parámetros por medio de métodos autorregresivos y que mejoró cuando se incorporaron parámetros empíricos” (IBID).

Otro artículo que aporta a la discusión entre modelos que usan procesos de Wiener es el propuesto por Gómez, Escala, Barrantes y Martínez (2015), en él se compara la efectividad entre los modelos de Vasicek y el de Cox-Ingersoll-Ross para el pronóstico de títulos de renta fija en el mercado colombiano, se emplea soporte computacional y se concluye la ineficacia del modelo de Vasicek por carecer de no-negatividad en las tasas.

El trabajo de Garcés, Garzón y Ortiz (2016), da un tratamiento cuidadoso a la implementación de las ecuaciones de Black-Scholes-Merton para el diseño de una Nota Estructurada en el mercado financiero colombiano, se emplea también en su investigación el modelo de Montecarlo para valorar diferentes escenarios y hay un uso amplio de paquetes de software diseñados para la selección de los activos subyacentes, sin embargo, como resultado del estudio la inversión no-cubierta fue más rentable que la Nota Estructurada.

Por otra parte, el trabajo de Benavides (2002) explora la teoría de opciones y expone un método que, basado en el modelo binomial, construye un *Portafolio Seguro*, el cual es comparado con el modelo de Black-Scholes-Merton. Usando datos reales y simulados de los cinco activos de mayor bursatilidad en el mercado colombiano de 1998, se concluye que el método de Black-Scholes-Merton tiene mejor desempeño cuando las condiciones son inestables y que en cambio el modelo binomial logra resultados más efectivos cuando las tendencias están definidas en los precios de las acciones durante un período extendido.

Los aportes de Acosta y Osorio (2015) están dirigidos a la búsqueda de soluciones numéricas discretizadas no-locales del modelo de Black-Scholes-Merton, tema que posee un alto

grado de aplicación por la práctica generalizada del trading de alta frecuencia. En el artículo se concluye que: “si bien se puede tener la solución exacta de la ecuación de Black-Scholes-Merton por la transformada de Fourier, el cálculo analítico de las integrales impropias no es posible para todas las funciones. Más aún, pudimos observar en nuestros experimentos que las aproximaciones obtenidas por medio de integración numérica no siempre convergen” (Acosta y Osorio, 2015).

Los casos antes mencionados son los ejemplos más sobresalientes de la aplicación de la teoría formalmente establecida para el estudio y pronóstico de los activos del mercado financiero colombiano; hay un mayor número de publicaciones disponibles que emplean métodos estadísticos que no han sido desarrollados en específico para el modelamiento del comportamiento de activos financieros y cuya efectividad puede ser cuestionable.

Es el caso del trabajo de Vergara y Maya (2009), en él se explora el desempeño del método Montecarlo para el cálculo del Valor en Riesgo de un Portafolio de Inversión hipotético y se compara con otros métodos paramétricos o de simulación histórica (sin que se someta a prueba con los modelos consolidados en las matemáticas financieras). En el artículo se concluye con la necesidad de explorar otros métodos de Volatilidad Estocástica Continuos para mejorar el desempeño, y se reconoce la subestimación del riesgo en su modelo.

En una dirección semejante Borré (2017), prueba el modelo de pronóstico “Equity Risk Premium - ERP” para activos de renta variable en el mercado colombiano. El ERP pronostica a partir de variables macroeconómicas que inciden en el activo en cuestión. Los métodos en específico para el pronóstico con ERP son: el Modelo por Factores Dinámico y la Técnica de Componentes Principales. En la estimación se utilizaron 20 variables macroeconómicas en frecuencia mensual para el periodo 2003-2015. Se aduce por parte del autor un “buen desempeño” del modelo en función del error medio, se expone que el método ERP ha demostrado ser mejor que el ARIMA con datos dentro de la muestra, pero que fuera de la muestra es mucho menos efectivo que el ARIMA¹. Las comparaciones al igual que en el trabajo de Vergara y Maya (2009) se realizan entre métodos de pronóstico paramétricos sin que se contemple en ninguna parte la existencia de los modelos del cálculo estocástico.

Los modelos paramétricos parecen tener un mayor grado de aplicabilidad no con el objeto de predecir el desempeño de determinados activos financieros en el tiempo, sino con el de identificar y calificar las variables que inciden en el comportamiento de los activos mismos, este uso se evidencia en el trabajo de Melo y Becerra (2006), en el que las conclusiones del estudio están orientadas a evaluar la sensibilidad de las tasas de interés de corto plazo en Colombia con respecto a una serie de variables endógenas.

Adicionalmente a los trabajos mencionados, se ha publicado una cantidad muy significativa de artículos que proponen el uso de métodos heurísticos para la predicción del comportamiento de los valores de activos bursátiles; es el caso de los trabajos de Villada, Muñoz y García (2012), la publicación de Cruz, Restrepo y Medina (2009), el artículo de Londoño, Lopera y Restrepo, (2011) y el trabajo de De Greiff y Rivera (2018).

Las publicaciones coinciden en varios aspectos. De manera general se da una ausencia casi total -hasta de la mención- de las herramientas consolidadas de las matemáticas financieras tales como los procesos de Wiener, las martingalas, el cálculo estocástico, entre otros. La comparación de los resultados se realiza contra métodos *estadísticos clásicos* o en el mejor de los casos con métodos paramétricos o autorregresivos. En los casos en que se presentaron los resultados, el desempeño fue significativamente distinto (a veces de un orden superior al 1000%) en los errores en la muestra y fuera de la muestra². En algunos casos el uso recursivo de la información generó trayectorias que eran prácticamente iguales a las que se pretendían predecir con un desfase igual al periodo de tiempo necesario para la adquisición y procesamiento de la información³.

2 Lo que se traduce en un muy bajo nivel de predictibilidad del modelo

3 Es decir, el modelo representó en un tiempo t_n casi los mismos datos que recibió de la variable que pretendió pronosticar en un tiempo t_m con $t_n > t_m$ y $t_n - t_m = c \in \mathbb{R}$. *c constante*.

3. METODOLOGÍA

La metodología de este proyecto se describe a continuación:

La parte 1 de este documento contiene los estudios preliminares acerca de la información de entrada para el modelo (capítulo 1), en donde se establecen los activos a estudiar, los criterios para seleccionarlos y también para elegir el tamaño y contenido de las series de datos que los representan.

Posteriormente y con el objeto de determinar el método de pronóstico (capítulo 2) se expone la naturaleza probabilística del mecanismo aleatorio subyacente, la formalización de las series de tiempo como objeto matemático, las características de la información que modela el tratamiento que debe darse a los datos y también se exponen las particularidades de los modelos autorregresivos, de media móvil y sus combinaciones, hasta concluir con la definición del modelo ARIMA. También se propone en esta fase una función de probabilidad a partir del método de caminatas aleatorias y se usan filtraciones de sigma-álgebras para mejorar las estimaciones del pronóstico.

La parte 2 contiene el desarrollo del modelo que es objeto de este documento, aquí se lleva a cabo el análisis de autocorrelación de los datos (capítulo 3), se emplea el modelo ARIMA para realizar un pronóstico del precio de las acciones en estudio (capítulo 4) y se calculan los soportes y las resistencias (capítulo 5) con los métodos propuestos en el capítulo 2, más específicamente en las secciones 2.7 y 2.8.

Por último, en la parte 3 se evalúa el desempeño del modelo propuesto (capítulo 6), contrastando los datos de las realizaciones de las series de tiempo, es decir, el comportamiento de los precios en periodos posteriores a los que se emplearon para la definición del modelo, contra los pronósticos realizados, y se concluye con un juicio sobre el nivel de efectividad del modelo (capítulo 7) con base en los resultados de: el pronóstico ARIMA, el establecimiento de los soportes y las resistencias y la predicción de la tendencia; se obtienen también criterios para el desarrollo posterior de investigaciones en la misma línea tratada.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

SE DEBERÁ MOSTRAR, EN FORMA ORGANIZADA Y PRECISA LOS RESULTADOS DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN, Y PRESENTAR LAS CONCLUSIONES SOBRE LOS MISMOS. SU EXTENSIÓN DEBE ESTAR ENTRE 2 Y 4 PÁGINAS.

En la sección 6.1 se ha expuesto, entre otros, el criterio para evaluar la precisión de la predicción del modelo ARIMA que se ha detallado en la sección 2.6, cuyos cálculos para las seis acciones estudiadas en el documento se encuentran en el capítulo 4. En este sentido, se puede afirmar con base en la evaluación de la sección 6, que para ninguno de los seis activos financieros bajo análisis se cumplió el criterio de que en el periodo $h = 5$ el precio de la acción se encontrara entre las líneas que definen el soporte y la resistencia.

Junto con las predicciones puntuales, en el mismo capítulo 4 se calculó para los h periodos pronosticados además de un valor medio, un conjunto de estadígrafos que permiten identificar una función de probabilidad normal del error en torno a los puntos proyectados Y_h ; aún con un intervalo muy amplio de precios (y en la práctica poco útil o concluyente), que en teoría abarcaba un 80% de las realizaciones futuras, tampoco así resultó eficaz el modelo ARIMA aquí empleado para acotar la región en la que el precio de las acciones debería moverse en el futuro próximo; bajo las condiciones antes expuestas fue frecuente encontrar periodos en los que el precio de la acción estuvo por fuera de los intervalos definidos.

El cálculo de los valores para los soportes y las resistencias establecidos en el escrito se basó en la hipótesis 28, para lo cual fue necesario establecer trayectorias y destinos puntuales de acuerdo con el método definido en la sección 2.7, los resultados de dicho método se encuentran en el capítulo 5. De las seis acciones analizadas solo para una de ellas (GES) se cumplió la hipótesis 28.

La serie de tiempo de GES como muestra la figura 1.2.2 que se basa en medidas intercuartílicas, es la que presenta mayor centramiento de los datos, las otras cinco colecciones de datos de las demás acciones muestran evidentes sesgos apreciables en la misma figura 1.2.2. Aun cuando son indistinguibles las colecciones de datos vistas como una serie de tiempo de la manera en que se representan en la figura 1.2.1, la acción GEB es la única que presentó un comportamiento favorable en el análisis de autocorrelación en primeras diferencias, tal como puede observarse en la figura 3.4.1 y como se concluyó en la sección 3.3.

En cuanto a la determinación de la estructura del modelo ARIMA empleado para trazar la trayectoria de cada acción, el ajuste de GEB mostró altos coeficientes de autocorrelación (ACF) y de autocorrelación parcial (PACF) para varios retrasos en el análisis de las 2-diferencias de las series (ver figura 3.4.2); por lo que fue necesaria la implementación del modelo con el mayor número de autorregresiones, es decir con 8 parámetros: 3 para los periodos (AR) y 5 para los errores (MA), como se concluye en la sección 3.4.

No es claro si la hipótesis 28 deba ser restringida a condiciones favorables (como las que presenta la serie de tiempo de GEB), lo que si es

concluyente es que su uso no es efectivo bajo condiciones de carácter general, como las que fueron tenidas en cuenta en este estudio.

La hipótesis 29 estableció un método para determinar de manera anticipada el tipo de tendencia para cualesquiera de las seis acciones estudiadas en este documento.

Partiendo de la medida de probabilidad filtrada P (ver sección 2.8), tal como se realizó en el capítulo 5, se establecieron los dos entornos U_i de mayor probabilidad, si tales entornos son contiguos (poseen punto de acumulación común) la tendencia futura de la serie de datos estaría dada según establecen las ecuaciones (2.8.7), (2.8.8) y (2.8.9).

Los resultados de los cálculos se presentan en cada sección del capítulo 5 y al final de las mismas se enuncia la predicción de la tendencia de cada acción bajo los parámetros de la hipótesis 29. Los resultados registrados en el capítulo 6 muestran que para las seis acciones estudiadas en este documento la hipótesis 29 fue efectiva.

5. REFERENTES TEÓRICOS Y EMPÍRICOS CONSULTADOS.
TODAS REFERENCIAS CONSULTADAS EN LA REVISIÓN SISTEMÁTICA
(AUNQUE NO APAREZCAN EN EL ARTÍCULO)

Acosta, C. D., Osorio, F. C. (2015). Numerical solution of the non-local Black-Scholes model by means of discrete mollification. Bogotá D.C. Rev. Temas Mat. 33 no. 2, 145–160.

Benavides, J. (2002) Evaluación de la aplicación de dos modelos de valoración de opciones a la administración de portafolios. Cali. Universidad Icesi.

Bichteler, K. (2002). Stochastic integration with jumps. Texas. Cambridge University Press.

Bolsa de Valores de Colombia, Metodología para el Cálculo del índice COLCAP, BVC, Bogotá, 2011. p 3.

Borovkov A. Estadística matemática. MIR, Moscú. 1984. p 11-48. ISBN 5-03-000621-4

- Borré, C.A. (2017). Cali. Universidad del Valle. Pronóstico de la prima de renta variable: un análisis empírico para Colombia (2003-2015). Retrieved from <http://hdl.handle.net/10893/10123>
- Broadie, M., Glasserman, P. (2004). A stochastic mesh method for pricing high-dimensional american options. *Journal of Computational Finance*.
- Brockwell P., Davis R. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer, New York, 2016. p 17-189. ISBN 978-3-319-29852-8
- Brown, R. (1828). An account of microscopical observations. *Philosophical Magazine*, NS4, p. 161-173
- Brun X, Elvira O, Puig X. *Mercado de renta variable y mercado de divisas*, Profit, Barcelona, 2008. p 10-14. ISBN 978-84-96998-73-5
- Brzéznia, Z. (2000). *Basic stochastic processes*. Berlín. Springer,
- Blanco, L. (2004). *Probabilidad*. Bogotá D.C.: Universidad Nacional de Colombia.
- Cowpertwait P. Metcalfe A. *Introductory Time Series with R*, Springer, Baltimore, 2009. p 6-140. ISBN 978-0-387-88697-8
- Cruz, E. A., Restrepo, H. J., Medina P. (2009). Pronóstico del índice general de la bolsa de valores de Colombia usando redes neuronales. *Pereira. Scientia Et Technica*, XV(41).
- Cryer J. Chan K. *Time Series Analysis With Applications in R*. Springer, Iowa, 2008. p 11-138. ISBN 978-0-387-75958-6
- De Greiff, S., y Rivera, J. C. (2018). Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia. *Estudios Gerenciales* vol.34.
- Duarte J. Ramírez Z. y Mascareñas J. Estudio del efecto tamaño en el mercado bursátil colombiano, *Journal of Economics, Finance and Administrative Science* (18). 2013. 23-27.

- Gardiner, C.W. (2004). Handbook of stochastic methods for the natural sciences. Verlag. Springer.
- Garcés, N., Garzón, A., Ortiz, S. (2016). Valoración y desempeño de una nota estructurada conformada por acciones colombianas y una opción put. Bogotá D.C. Retrieved from https://ciencia.lasalle.edu.co/finanzas_comercio/113
- García P. Lanza C. Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Noriega Editores. C. de México, 1984. p 204-236. ISBN 968-837-164-5
- Gómez, C.E., Escala, F.H., Barrantes, M.F., Martínez M.A. (2015). Pronóstico de la curva cero-cupón de un año en el mercado colombiano por medio del modelo Vasicek y el Modelo Cox-Ingersoll-Ross. Bogotá D.C. Repositorio Universidad Piloto de Colombia
- Goel, N. (1974). Stochastic Models in Biology. New York. Academic Press.
- Griffiths W. Learning and practicing econometrics. John Wiley & Sons, New York, 1993 p 514-649. ISBN 0-471-51364-3
- Guerrero M. Análisis de series de tiempo económicas, International Thomson Editores, C. de México, 1989. p 5-127. ISBN 970-68-6326-5
- Hanke J. Business Forecasting. Pearson, Harlow. 2014. p 15-459. ISBN 10: 1-292-02300-7
- Herrera, L.G., Cárdenas D., J. (2013) Evaluación de la aplicación de dos modelos de valoración de opciones a la administración de portafolios. Cali. Estudios Gerenciales 29 77-85.
- Hirsch W. Smale S. Devaney L. Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos. Elsevier Academic Press. New York, 2004. p 332-337. ISBN 0-12-349703-5
- Jimenez E. Análisis de series temporales, modelos ARIMA, Paraninfo, Valencia, 1985. p 8-201. ISBN 84-283-1398-9
- Le Gall F. Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus. Springer, Orsay. 2013. p 4-76. ISBN 978-3-319-31088-6

- Londoño, C., Lopera, M., Restrepo, S. (2011). Teoría de precios de arbitraje. Evidencia empírica para Colombia a través de redes neuronales. Bogotá D.C. Revista de Economía del Rosario, no. 13.
- Markiel, B. (1999). A Random Walk Down Wall Street. Princeton. W. W. Norton & Company.
- Martínez, J. (2003). Introducción al cálculo estocástico. Coruña. Netbiblo.
- Melo, L.F., Becerra, O. R. (2006). Una aproximación a la dinámica de las tasas de interés de corto plazo en Colombia a través de modelos GARCH multivariados. Bogotá D.C. Borradores de Economía BRC, Borrador 366.
- Montgomery D. Applied statistics and probability for engineers. John Wiley & Sons, New York, 1998. p 273-306. P 87-98. ISBN 970-10-1017-5
- Neusser K. Time Series Econometrics, Springer, Bern, 2016. p 11-102. ISBN 978-3-319- 32861-4
- Øksendal, B. (2010). Stochastic differential equations with applications. Oslo. Springer.
- Pan, H. (2003). A joint review of technical and quantitative analysis of the financial markets -- Towards a unified science of intelligent finance, Proceedings Hawaii international conference on statistics and related.
- Ratanov, N. (2008). Modelos estocásticos de mercados financieros. Bogotá D.C. Universidad del Rosario
- Requeijo J, Indicadores de estructura económica, Delta Publicaciones, Madrid, 2007. P 87-93. ISBN 978-849.6477-38-4
- Rincón, L. (2007). Curso Intermedio de Probabilidad. C. de México. Facultad de Ciencias UNAM.
- Rincón, L. (2012). Introducción a los procesos estocásticos. C. de México. Facultad de Ciencias UNAM.

Rincón, L. (2013). Introducción al riesgo. C. de México. Facultad de Ciencias UNAM.

Santandreu E, Diccionario de términos financieros, Granica, Barcelona, 2002. Management. p 163. ISBN 978-847-5779-01-0

Shreve, S.E. (2004). Stochastic Calculus for Finance Vol. 2. Pittsburgh. Springer finance.

Vergara M.A., Maya C. (2009). Montecarlo estructurado. Estimación del valor en riesgo en un portafolio accionario en Colombia. Medellín. Ad-Minister no. 15.

Villada, F., Muñoz, N., García, E. (2012). Aplicación de las Redes Neuronales al Pronóstico de Precios en el Mercado de Valores. Medellín. Universidad de Antioquia. Información Tecnológica Vol. 23.

Wackerly D. Mendenhall III W. Scheaffer L. Mathematical statistics with applications. Thomson-Brooks-Cole. New York, 2008. p 598-601. ISBN-13: 978-0-495-11081-1

6. APENDICES

SE DEBE ANEXAR EL ARTÍCULO Y LOS DEMÁS ANEXOS QUE SE CONSIDEREN PERTINENTES

Este escrito no contiene anexos.